

**§➍. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ➊.***Trục và độ dài đại số trên trục*** | | |
| 1. ***Trục toạ độ*** *(O;**)* 2. ***Toạ độ của điểm trên trục****: Cho M trên trục (O;**).* 3. *k là toạ độ của M*⇔ 4. ***Độ dài đại số của vectơ****: Cho A, B trên trục (O;**).*   *a =* ⇔  **⯎ *Nhận xét:***   * *cùng hướng* ⇔*>0* * *ngược hướng* ⇔*<0* * *Nếu A(a), B(b) thì* *=b–a* * *AB =* * *Nếu A(a), B(b), I là trung điểm của AB thì* |  | |
| ➋. ***Hệ trục toạ độ*** | | |
| **ⓐ*.Định nghĩa:***   * ***Hệ trục toạ độ*** * *O : gốc toạ độ* * *Trục* *: trục hoành Ox* * *Trục* *: trục tung Oy* * *là các vectơ đơn vị* * *Hệ*  *còn kí hiệu Oxy* * *Mặt phẳng toạ độ Oxy.*   **ⓑ. *Toạ độ của vectơ***  *= (x; y)**⇔*   * *Cho*  *= (x; y),*  *= (x*′*; y*′*)*   *👉* ⇔   * *Mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết toạ độ của nó*   **ⓒ. *Toạ độ của điểm***  *M(x; y) ⇔  = (x; y)*   * *Nếu MM1* ⊥ *Ox, MM2* ⊥ *Oy thì x =* *, y =* * *Nếu M* ∈ *Ox thì yM = 0* * *M* ∈ *Oy thì xM = 0*   **ⓓ. *Liên hệ giữa toạ độ của điểm và vectơ trong mặt phẳng***  *Cho A(xA; yA), B(xB; yB).*  *= (xB – xA; yB – yA)* |  | |
| ➌.**Toạ độ của các vectơ** | | |
| * Cho =(u1; u2), =(v1; v2). * = (u1+ v1 ; u2+v2) * = (u1– v1 ; u2–v2) * k= (ku1; ku2), k ∈ R * **Nhận xét**: Hai vectơ =(u1; u2), =(v1; v2) với ≠  cùng phương ⇔ ∃k ∈ R sao cho: | | |
| ➍.**Toạ độ của trung điểm đoạn thẳng, của trọng tâm tam giác** | | |
| **ⓐ.***Cho A(xA; yA), B(xB; yB). I là trung điểm của AB thì:*  *xI = , yI =*  **ⓑ.***Cho ΔABC với A(xA; yA), B(xB; yB), C(xC; yC). G là trọng tâm của ΔABC thì:* | |  |

**Phân dạng bài tập**

|  |
| --- |
| **①**. **Dạng 1:** **Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vectơ; độ dài đại số của vectơ và chứng minh hệ thức liên quan trên trục**  ⯎***Phương pháp:*** Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:   * Trên trục , điểm  có tọa độ * Trên trục , vecto  có tọa độ * Vectơ  có độ dài đại số là * Nếu  lần lượt là tọa độ của  thì * Tọa độ trung điểm  của đoạn  là: * ***Các tính chất:*** |

**Bài tập minh họa**

1. Trên trục tọa độ cho 2 điểm  có tọa độ lần lượt là  Tọa độ của vecto  là

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: 

1. Trên trục tọa độ cho 2 điểm  có tọa độ lần lượt và . Tọa độ trung điểm  của  là :

**A.** . **B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Tọa độ điểm  là: 

1. Trên trục cho 3 điểm có tọa độ lần lượt là . Tìm điểm  sao cho

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi điểm  có tọa độ là .

****



1. Trên trục , cho ba điểm  lần lượt có tọa độ là . Tìm tọa độ điểm  thỏa mãn .

**A. .** **B. .** **C. ** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi điểm  có tọa độ là .

****





|  |
| --- |
| **②. Dạng 2:** **Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vectơ; độ dài đại số của vectơ và chứng minh hệ thức liên quan trên trục**  ⯎***Phương pháp:*** Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:   * Để tìm tọa độ của vectơ  ta làm như sau   Dựng vectơ . Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên . Khi đó  với   * Để tìm tọa độ điểm A ta đi tìm tọa độ vectơ * Nếu biết tọa độ hai điểm  suy ra tọa độ  được xác định theo công   thức |

**Bài tập minh họa**

**Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ . Cho điểm . Tìm tọa độ của các điểm  đối xứng với qua trục hoành?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

 đối xứng với  qua trục hoành suy ra .

**Câu 2:**Vectơ  được phân tích theo hai vectơ đơn vị như thế nào?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .

**Câu 3:**Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hai vectơ đối nhau.

**B.** Hai vectơ đối nhau.

**C.** Hai vectơ đối nhau.

**D.** Hai vectơ đối nhau.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  và  đối nhau.

**Câu 4:**Trong hệ trục tọa độ , cho hình vuông  tâm I và có . Biết điểm  thuộc trục  và  cùng hướng với . Tìm tọa độ các vectơ ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt

phẳng tọa độ  như hình vẽ bên.

Vì điểm  suy ra 

Do đó 

Vậy 

|  |
| --- |
| **③. Dạng 3:** **Xác định tọa độ điểm, vectơ liên quan đến biểu thức dạng**  ⯎***Phương pháp:***   * Dùng công thức tính tọa độ của vectơ * Với  ; và số thực , khi đó  và |

**Bài tập minh họa**

1. Trong hệ trục , tọa độ của vec tơ  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .

1. Cho  Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  và  ngược hướng. **B.**  cùng phương.

**C.**  và  cùng hướng. **D.**  cùng phương.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  và 

Xét tỉ số  và  không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số  không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số  và  cùng hướng.

1. Trong mặt phẳng *,* cho các điểm . Tọa độ điểm  thỏa  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: .

1. Trong mặt phẳng *,* cho các điểm . Tọa độ điểm  thỏa mãn là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: .

|  |
| --- |
| **④. Dạng 4:** **Xác định tọa độ các điểm của một hình**  ⯎***Phương pháp:***  Dựa vào tính chất của hình và sử dụng công thức   * + M là trung điểm đoạn thẳng  suy ra   + G trọng tâm tam giác  suy ra |

**Bài tập minh họa**

**Câu 1 :**Trong hệ tọa độ cho tam giác  có Tìm tọa độ trọng tâm  của tam giác 

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có 

**Câu 2:** Trong hệ tọa độ cho tam giác  có  và trọng tâm là gốc tọa độ  Tìm tọa độ đỉnh ?

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi .

Vì  là trọng tâm tam giác  nên 

**Câu 3:** Cho  lần lượt là trung điểm các cạnh  của . Tọa độ  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có: *BPNM* là hình bình hành nên .

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho tam giác  có  và  thuộc trục , trọng tâm  của tam giác nằm trên trục .Toạ độ của điểm  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  thuộc trục **, ** nằm trên trục 

 là trọng tâm tam giác nên ta có: 

Vậy .

**Câu 5:** Cho tam giác với  và**. Tính toạ độ điểm là của chân đường phân giác

trong góc *,* biết .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**

****

Theo tính chất đường phân giác: 

Gọi .

Suy ra: .

Vậy 

**Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho  và . Xác định tọa độ các điểm ,  sao cho tứ giác  là hình bình hành biết  là trọng tâm tam giác . Tìm tọa tâm  của hình bình hành .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì I là trọng tâm tam giác  nên





Suy ra 

Tứ giác là hình bình hành suy ra



Điểm O của hình bình hành  suy ra O là trung điểm AC do đó



**Bài tập rèn luyện**

1. Trong mặt phẳng *,* cho . Tọa độ trung điểm  của đoạn thẳng  là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Cho các vectơ . Điều kiện để vectơ  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng *,* cho . Tọa độ của vectơ  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng *,* cho . Tọa độ trọng tâm  của tam giác  là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho . Tọa độ của vec tơ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho hai điểm  và .Tọa độ điểm  sao cho  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho . Tọa độ của vec tơ  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho hình chữ nhật  có . Độ dài của vec tơ  là:

**A.** 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

1. Cho hai điểm  và . Vec tơ đối của vectơ  có tọa độ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho . Tọa độ của vec tơ  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho. Điểm  thỏa , tọa độ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho bốn điểm . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A. ** đối nhau. **B. ** cùng phương nhưng ngược hướng.

**C. ** cùng phương cùng hướng. **D.** A, B, C, D thẳng hàng.

1. Trong mặt phẳng *,* cho các điểm . Tọa độ điểm thỏa mãn là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng *,* cho . Tọa độ điểm  để tứ giác  là hình bình hành là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng *,* cho . Tọa độ điểm  để tứ giác  là hình bình hành là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng , cho hai điểm . Tìm tọa độ điểm  thỏa mãn là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho và. Tọa độ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho . Hai vectơ  cùng phương nếu

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng , Cho . Khi đó 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng , cho . Nếu  thì

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng tọa độ , cho . Điểm  là điểm đối xứng của  qua trục hoành. Tọa độ điểm  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng tọa độ  cho. Cho biết . Khi đó

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho các vectơ . Phân tích vectơ  theo hai vectơ , ta được:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho . Vectơ  nếu

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng , cho . Tìm giá trị  để  là ba điểm thẳng hàng?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho hai điểm . Nếu  là điểm đối xứng với điểm  qua điểm  thì  có tọa độ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho tam giác  với . Tìm để là hình bình hành?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho . Điểm  sao cho  là trung điểm . Tọa độ điểm  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho tam giác  với . Tìm  để  là hình bình hành?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Các điểm , ,  lần lượt là trung điểm các cạnh , ,  của tam giác . Tọa độ đỉnh  của tam giác là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Trong mặt phẳng tọa độ , cho tam giác  có  và  thuộc trục ,trọng tâm  của tam giác nằm trên trục .Toạ độ của điểm  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Cho các điểm . Tìm điểm  biết rằng 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.B** | **2.C** | **3.D** | **4.C** | **5.B** | **6.D** | **7.C** | **8.B** | **9.B** | **10.A** |
| **11.B** | **12.B** | **13.D** | **14.D** | **15.C** | **16.A** | **17.B** | **18.B** | **19.A** | **20.B** |
| **21.A** | **22.C** | **23.A** | **24.D** | **25.B** | **26.A** | **27.B.** | **28.A.** | **29.B** | **30.C** |
| **31.A.** | **32.A.** |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Hướng dẫn giải**

**Câu 1:**  **Chọn B**

Ta có:  là trung điểm của đoạn thẳng 

Vậy .

**Câu 2:**  **Chọn C**

**Câu 3:**  **Chọn D**

Theo công thức tọa độ vectơ .

**Câu 4:**  **Chọn C**

Ta có:  là trọng tâm của tam giác  với  là điểm bất kì.

Chọn  chính là gốc tọa độ . Khi đó, ta có:

.

**Câu 5: Chọn B**

Ta có: .

**Câu 6: Chọn D**

Ta có: .

**Câu 7: Chọn C**

Ta có: .

**Câu 8:**  **Chọn B.**

Ta có: .

**Câu 9: Chọn B**

Ta có vectơ đối của  là .

**Câu 10: Chọn A**

Ta có: .

**Câu 11:**  **Chọn B**

Ta có: .

**Câu 12:**  **Chọn B**

Ta có: .

**Câu 13:**  **Chọn D**

Ta có: .

**Câu 14:**  **Chọn D**

Ta có: tứ giác  là hình bình hành khi .

**Câu 15:**  **Chọn C**

Ta có: tứ giác  là hình bình hành khi .

**Câu 16:**  **Chọn A**

Ta có: .

**Câu 17:**  **Chọn B**

Ta có: .

**Câu 18: Chọn B**

Ta có:  cùng phương .

**Câu 19: Chọn A**

Ta có: .

**Câu 20: Chọn B**

Ta có: .

**Câu 21: Chọn A**

Ta có:  là điểm đối xứng của  qua trục hoành .

**Câu 22: Chọn C**

Ta có: .

**Câu 23:**  **Chọn A**

Giả sử . Vậy .

**Câu 24: Chọn D**

Ta có: .

**Câu 25:**  **Chọn B**

Ta có: , 

Ba điểm  thẳng hàng khi và chỉ khi  cùng phương với 

.

**Câu 26:**  **Chọn A**

Ta có:  là điểm đối xứng với điểm  qua điểm  nên  là trung điểm đoạn thẳng 

Do đó, ta có: .

**Câu 27:**  **Chọn B**

Ta có:  là hình bình hành .

**Câu 28:**  **Chọn A**

Ta có: 

 là trung điểm .Vậy .

**Câu 29:**  **Chọn B**

Ta có:  là hình bình hành .

**Câu 30: Chọn C**



Ta có: là hình bình hành nên .

**Câu 31:**  **Chọn A**

Ta có:  thuộc trục **, ** nằm trên trục 

 là trọng tâm tam giác nên ta có: 

Vậy .

**Câu 32:**  **Chọn A**

Ta có: 